Цветанка Стоилкова

УЧА САМ МАТЕМАТИКА

тестове с подробни решения след

НВО 7 клас

Втори модул

ВТОРА ЧАСТ

В това помагало са включени подробните решения на около 100 задачи в 20 теста за целенасочена подготовка за изпита за външно оценяване след 7 клас и прием в ЕГ, професионалните гимназии, МГ, НПМГ, ТУЕС, и олимпиади по математика, съобразено с изискванията на МОН.

Уча сам математика - тестове след 7 клас - втори модул

Рецензент: Малинка Благоева
Редактор: Благовест Благоев
ISBN 978-954-9739-16-1

7 клас - Втори модул

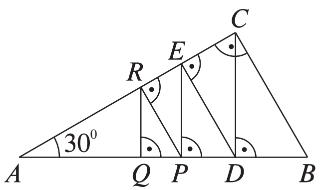
Тест №1

Задача 1. Решете уравненията:

а) $\dfrac{5\left(x-\dfrac{1}{5}\right)}{4}-\dfrac{3\left(\dfrac{x}{3}-3\right)}{5}=1;$ б) $2|x-1|+3|1-x|=5.$

Кои от решенията на двете уравнения принадлежат на решенията на неравенството $|x-1|<3$.

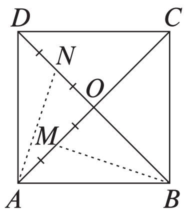
Задача 2. Шофьор на такси по поръчка трябвало да измине разстоянието между две селища А и В за 5 часа с определена скорост. Шофьорът пресметнал, че ако увеличи скоростта с 20 км/ч ще пристигне 1 час по-рано от определеното време. Но поради ремонта на пътя той бил принуден да намали скоростта с 20 км/ч.
Колко км/ч е заплануваната скорост и в колко часа е трябвало да пристигне в селище В, ако е тръгнал в 8 часа сутринта от селище А и по средата на пътя е направил 20 минутна почивка?



Задача 3. В правоъгълен $\triangle ABC$ с прав $\sphericalangle C$, $AC=8$ см, височина $CD=4$ см и $D\in AB$:

а) Намерете ъглите на $\triangle ADC$, $\triangle BDC$ и $\triangle ABC$;

б) Намерете дължините на отсечките AR, RE, EC и $QR+PE+CD$, където $DE\perp AC$, $EP\perp AD$, $PR\perp AE$ и $RQ\perp AB$.



Задача 4. Даден е квадрат $ABCD$. Точки M и N са среди на AO и DO. Да се докаже, че отсечката $BM\perp AN$.

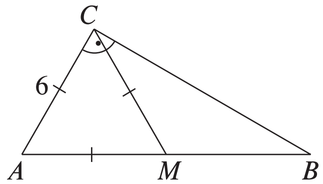
Тест №2

Задача 1. Решете уравненията:

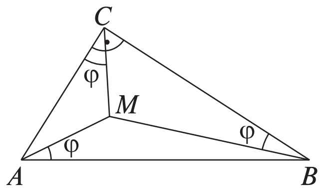
а) $(2x-1)^2-(2x-3)^2=8;$ б) $a-x=5.$

Коя е най-голямата цяла стойност на параметъра a, която може да е решение на неравенството $3-x>4$?

Задача 2. По разписание влак трябва да тръгне в 7 часа сутринта от селище A и да пристигне в 9 часа в селище B. Поради снеговалеж влакът закъснява с 15 минути с тръгването си. За да пристигне навреме, машинистът пресметнал, че трябва да увеличи скоростта с 10 км/ч. С каква скорост се е движил влакът и колко км е изминатото разстояние между двете селища.



Задача 3. В правоъгълен $\triangle ABC$ с прав $\sphericalangle C$, точка M лежи на AB така, че $\triangle AMC$ е равностранен със страна 6 см.
Да се докаже, че т.M е среда на AB и да се намери големината на AB.



Задача 4. В правоъгълен $\triangle ABC$, с прав $\sphericalangle C$, е избрана вътрешна точка M така, че $\sphericalangle BAM=\sphericalangle MBC=\sphericalangle ACM$.

Намерете големината на $\sphericalangle BMC$.

Тест №3

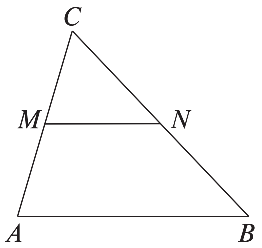
Задача 1. а) Определете за коя стойност на a двете уравнения: $a+3x=5$ и $5a-3x=7$ имат точно едно решение;

б) Определете стойностите на x, y и z, ако $(x-2)^2+(-y-3)^2+(x+y+z)^2=0$

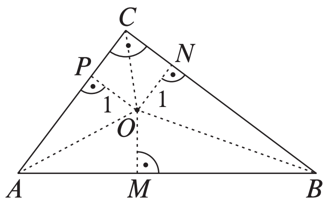
Задача 2. В 8 кг сплав се съдържа мед и цинк в отношение $1:3$.

а) Колко кг мед трябва да се прибави към тази сплав така, че отношението на килограмите на мед към цинк да е $3:2$?

б) Колко кг цинк трябва да се прибави към тази сплав така, че отношението на теглото на мед към цинк да бъде $2:7$?



Задача 3.
В $\triangle ABC$ с основа $AB = 6$ см е построена отсечка $MN \parallel AB$, където M и N са среди на AC и BC. Намерете дължината на MN.



Задача 4. В правоъгълен $\triangle ABC$ с прав $\measuredangle C$ и страни 3 см, 4 см и 5 см е взета точка O, която отстои на разстояние по 1 см от двата катета. Намерете разстоянието от т.O до хипотенузата AB.

Решение на Тест №1

Задача 1. а) $\dfrac{5\left(x-\frac{1}{5}\right)}{4}-\dfrac{3\left(\frac{x}{3}-3\right)}{5}=1$; $25\left(x-\dfrac{1}{5}\right)-12\left(\dfrac{x}{3}-3\right)=20$;

$25x-5-4x+36=20$; $21x=-11$; $x=-\dfrac{11}{21}$;

б) $2|x-1|+3|1-x|=5$; $2|x-1|+3|x-1|=5$; $5|x-1|=5$; $|x-1|=1$;

$x-1=1$; $x_1=1+1=2$; $x-1=-1$; $x_2=0$;

* $|x-1|<3$; $-3<x-1<3 \;|+1 \;\rightarrow\; -3+1<x<3+1$; $-2<x<4$;

$D:\; x\in(-2;\,4)$; $-\dfrac{11}{2}\in D$; $2\in D$ и $0\in D$.

II начин: Всяко от числата $-\dfrac{11}{2}$, 2 и 0 заместваме на мястото на x в *.

Ако удовлетворяват неравенството, то те принадлежат на решението на неравенството: $\left|-\dfrac{11}{21}-1\right|=\left|-\dfrac{11}{21}-\dfrac{21}{21}\right|=\dfrac{32}{21}<3$ - вярно;

$|2-1|=1<3$ - вярно; $|0-1|=1<3$ - вярно.

Задача 2.

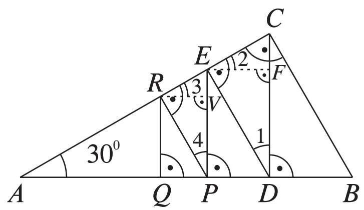
	V	t	S
Запланувано	x	5	$5x$
Изпълнено	$x+20$	4	$4(x+20)$
II Изпълнено	60	$\dfrac{400}{60}$	$5.80=400$

$5x=4(x+20)$; $5x-4x=80$; $x=80$ км/ч - заплануваното V; $80-20=60$;

$S=80.5=400$ км; $400:60=40:6=6\dfrac{2}{3}$ ч $=6$ ч $+\dfrac{2.60}{3}$ мин $=6$ ч 40 мин;

8 ч + 6 ч 40 мин = 14 ч 40 мин; 14 ч 40 мин + 20 мин = 15 ч;

В 15 часа е трябвало да пристигне. Заплануваното е $V=80$ км/ч, $t=5$ ч, $8+5=13$ ч, т.е. в 13 часа е трябвало да пристигне по план.



Задача 3. $AC=8$ см; $CD=4$ см.
Ъглите на $\triangle ADC$, $\triangle BDC$, $\triangle ABC$ са равни на?
AR, RE, EC, $QR+PE+CD=?$
$CD=8:2=4 \Rightarrow \measuredangle A=30^\circ$;

$\measuredangle ACD=60^\circ$; $\measuredangle 1=\measuredangle A$ - като ъгли с $\perp$ рамене и двата ъгли остри и равни на 30°. От правоъгълния $\triangle ECD$ с $\measuredangle 1=30^\circ \Rightarrow EC=\dfrac{1}{2}CD=\dfrac{1}{2}.4=2$ см;

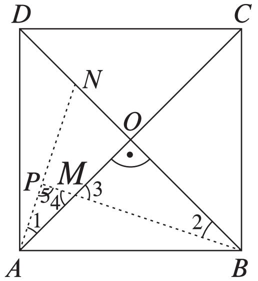
От правоъгълния $\triangle EFC$ с $\measuredangle 2=30^\circ \Rightarrow CF=2:2=1$ см.

Тогава $DF=EP=4-1=3$ см. От правоъгълния $\triangle RPE$ с $\measuredangle 4=30^\circ=\measuredangle 1$ - като ъгли с успоредни рамене и двата ъгъла остри;

$RE=\dfrac{1}{2}PE=\dfrac{1}{2}.3=1{,}5$ см; $AR=AC-RE-EC=8-1{,}5-2=4{,}5$ см;

В правоъгълния $\triangle RVE$ - EV е срещу $\measuredangle 30^\circ=\measuredangle 3=\measuredangle A$ (ъгли с успоредни рамене и двата ъгъла остри) и $EV=\dfrac{1}{2}ER=\dfrac{1}{2}.1{,}5=0{,}75$ см;

$QR=PE-EV=3-0{,}75=2{,}25$ см; $QR+PE+CD=2{,}25+3+4=9{,}25$ см.



Задача 4. $ABCD$ - квадрат; $DN = NO$; $AM = MO$.

Да се докаже, че $BM \perp AN$.

$\triangle AON \cong \triangle MOB$ по $NO = MO = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{2}AO$;

$\sphericalangle AON = \sphericalangle AOB = 90°$; $AO = BO$ - по I признак.

Следователно $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$ и $\sphericalangle 3 = \sphericalangle 4$.

Но $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 + 90° = 180°$; $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 90°$;

$\sphericalangle 3 = \sphericalangle 4$ - връхни. Следователно $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = \sphericalangle 1 + \sphericalangle 4 = 90°$.

Следователно $BM \perp AN$, т.е. $\sphericalangle 5 = 90°$.

Решение на Тест №2

Задача 1. а) $(2x-1)^2 - (2x-3)^2 = 8$; $(2x-1+2x-3)(2x-1-2x+3) = 8$;

$(4x-4)2 = 8$; $4x-4 = 4$; $4x = 8$; $x = 2$;

б) $\left| \begin{array}{l} a - x = 5 \\ 3 - x > 4 \end{array} \right.$; $x = a-5$ заместваме в неравенството $3 - x > 4$.

$3-(a-5) > 4$; $3-a+5 > 4$; $-a > 4-5-3$; $-a > -4 \,|.(-1) \rightarrow a < 4$.

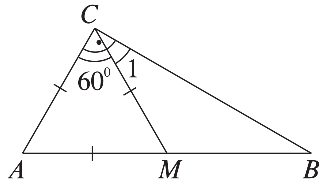
Най-голямото цяло число, което е по-малко от числото 4 е числото 3, което е решението на задачата.

Задача 2. $9-7 = 2$ ч.

	V	t	S
Запланувано	x	2	$2x$
Изпълнено	$x+10$	$2-\frac{15}{60}$	$(x+10)\left(2-\frac{15}{60}\right)$

Пътят е един и същ. Тогава $2x = (x+10)\left(2-\frac{15}{60}\right)$; $2x = (x+10)\frac{7}{4}$;

$8x = 7x + 70$; $x = 70$ км/ч; $S = 2x = 2.70 = 140$ км или $S = 80.\frac{7}{4} = 140$ км.



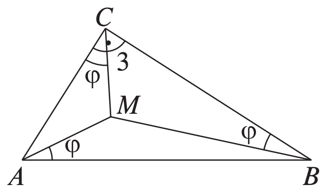
Задача 3. $\sphericalangle C = 90°$.

От $\triangle AMC$ - равностранен $\Rightarrow \sphericalangle A = 60°$;

$\sphericalangle B = 90° - 60° = 30°$.

$\sphericalangle ACM = 60° \Rightarrow \sphericalangle 1 = 90° - 60° = 30° \Rightarrow$

$\triangle MBC$ е равнобедрен и $MB = CM$. Но $CM = AM \Rightarrow CM = AM = MB$ и CM - медиана, т.е. M е среда на AB. Но $AC = 6$ е катет срещу ъгъл $30°$ в правоъгълния $\triangle ABC$, следователно $AB = 2AC = 2.6 = 12$ см.



Задача 4. $\sphericalangle C = 90° = \varphi + \sphericalangle 3$; Дадено:

$\sphericalangle BAM = \sphericalangle MBC = \sphericalangle ACM = \varphi$; $\sphericalangle BMC = ?$

$\sphericalangle BMC = 180° - (\varphi + \sphericalangle 3) =$

$180° - (\varphi + 90° - \varphi) = 90°$.

Решение на Тест №3

Задача 1. а) $a + 3x = 5$ и $5a - 3x = 7$; $3x = 5 - a$; $-3x = 7 - 5a$; $3x = 5a - 7$;

$3x = 5 - a = 5a - 7$; $5 - a = 5a - 7$; $-a - 5a = -7 - 5$; $-6a = -12$; $a = 2$;

б) $(x-2)^2 + (-y-3)^2 + (x+y+z)^2 = 0$. Сборът от три неотрицателни числа (положителни или 0) е неотрицателно число, в случая 0 и следователно изразите в скобите са равни на 0. Тогава $x - 2 = 0$; $x = 2$;

$-y - 3 = 0$; $y + 3 = 0$; $y = -3$; $x + y + z = 0$; $2 - 3 + z = 0$; $z = 3 - 2 = 1$.

Задача 2. В 8 кг сплав - мед:цинк $= 1:3$; $1 + 3 = 4$ части; мед $\frac{1}{4}$; цинк $\frac{3}{4}$;

В 8 кг сплав се съдържа $\frac{1}{4}.8 = 2$ кг мед и $\frac{3}{4}.8 = 6$ кг цинк;

Прибавяме x кг мед. Нова сплав $(2+x)$ кг мед и 6 кг цинк;

мед:цинк $= 3:2$, т.е. $\frac{2+x}{6} = \frac{3}{2}$; $4 + 2x = 18$; $2x = 14$; $x = 7$ кг мед;

б) Сплав от 8 кг съдържа 2 кг мед и 6 кг цинк. Прибавяме y кг цинк:

$\rightarrow (6+y)$ кг цинк, мед - 2 кг; мед:цинк $= 2:7$ или $\frac{2}{6+y} = \frac{2}{7}$;