Задача 19.

$$(x-5)(x+5)-(3x-2)^2 = x^2-25-(9x^2-12x+4)=$$
$$= x^2-25-9x^2+12x-4=-8x^2+12x-29. \quad \to \text{А}$$

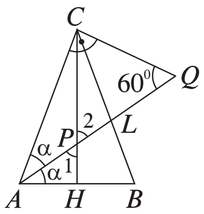
Задача 20. $|3x-5|=3; 3x-5=3; 3x=8; x_1=\frac{8}{3}; 3x-5=-3;$
$3x=2; x_2=\frac{2}{3}. \to$ А

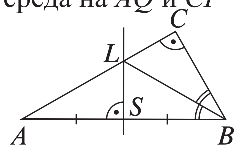
Задача 21. $\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{5-\frac{2}{3}}{4}=0; 2(x-1)-\left(5-\dfrac{x}{3}\right)=0$

$2x$ - 2 - 5 + 1 = 0; $2x$ - 7 + 8 = 0; $6x$ - 21 + x = 0; $7x$ = 21; x = 3.

Задача 22. $a:b=1:2$; *0 = 0*; $b=2a; A=\dfrac{2a+3b}{a-b}=\dfrac{2a+3.2a}{a-2a}=\dfrac{8a}{-a}=-8$

Задача 23. От правоъгълния триъгълник ACQ α + 60°=90°, $\alpha=90°-60°=30°$; От AL - ъглополовяща $\to \measuredangle A=2.30°=60°$; От правоъгълния ΔAHC $\measuredangle ACH=90°-60°=30°$; Тогава $\measuredangle PCQ=90°-30°=60°$; от $\measuredangle Q=60°$ сл. $\triangle PCQ$ – равностранен и $\measuredangle 2$ = $\measuredangle 1$ = 60°; Сл. $CP=CQ=PQ$.$\triangle APC$ – равнобедрен $(\alpha=\measuredangle ACP=30°)$; Сл. AP = CP = PQ. Сл. P е среда на AQ и CP е медиана към AQ в ΔAQC.





Задача 24. От BL- ъглополовяща на $\measuredangle B$ сл. $\measuredangle ABL=\measuredangle LBC=\beta$. От т. L, лежаща на симетралата s на AB сл., че $\measuredangle BAC=\beta$. Тогава в ΔABC
$\beta+2\beta+90°=180°; 3\beta=90; \beta=30°$;
$\measuredangle$B= 2.30° = 60°; $\measuredangle A=30°$; AC = *12 т*. В правоъгълен ΔABC $\measuredangle BAC$ = 30°. В правоъгълен $\triangle LBC$ $\measuredangle\beta=30°; LC=x; BL=2x$.
Но $\measuredangle A=\beta=\measuredangle ABL$. Следователно AL = BL= 2x; AC = AL + LC = 2x + x = 3x; x = 12:3 = 4 см = LC. AL = BL = 2x = 2.4 = 8 см.В $\triangle ASL$ $\measuredangle A=30°$; $\measuredangle ASL=90°$ и сл. $LS=\frac{1}{2}AL=\frac{1}{2}.6=3$ или от т. L, лежаща на ъглопол. на $\measuredangle\beta$, сл., че L е на равни разстояния от раменете на $\measuredangle ABC$ и сл. LC = LS = 3 см.

Тест №2

Задача 1. Частното 0,82:0,2 е равно на:

А) 0,41; *Б)* 41; *В)* 4,1; *Г)* 0,41;

Задача 2. Стойността на числения израз 68,2.39 + 31,8.39, пресметнат по най- разционален начин е:

А) 39; *Б)* 390; *В)* 3900; *Г)* 39000;

Задача 3. Изразът $6\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}y\right)^2$ е тъждествено равен на

А) $\dfrac{2x^2}{3}+\dfrac{8}{5}xy+\dfrac{24}{25}y^2$; *Б)* $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{8}{5}xy+\dfrac{6}{25}y^2$;

В) $\dfrac{2x^2}{3}+\dfrac{8}{5}xy+\dfrac{24}{25}$; *Г)* $\dfrac{6}{9}x^2+\dfrac{12}{15}xy+\dfrac{4}{25}y^2$;

Задача 4. Коренът на уравнението $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{x+2}{3}$ е
А) 5; Б) –6; В) 7; Г) 3:

Задача 5. Коренът на кое от посочените по- долу уравнения е положително число:

А) –2 (4–x) = 3.(2x–1) *Б)* $x-3=-4(x-3)$;

В) $\dfrac{3}{4}-x=\dfrac{x}{2}+3$; *Г)* $|x+3|=0$;

Задача 6. Кое от посочените числа: *А)* –2; *Б) –1; В) -2;* Г) *1;*
е решение на неравенството $\dfrac{5}{7}-x<\dfrac{1}{2}$;

Задача 7. Най- малката стойност на израза $M=(x-2)^2+3$ е числото: *А)* 1; *Б)* 2; *В)* 3; *Г)* 4;

Задача 8. Напишете в нормален вид многочлена, получен от произведението на (2x – 5)(2x + 5), като се прибави квадрата на (3 – 4x)
А) $20x^2-24x-16$; *Б)* $4x^2-25$; *В)* $4x^2-16x$; *Г)* $9-16x^2$;

Задача 9. Разложете на множители $(5-x)^2-(2+x)^2$
А) $3-2x; +9$; *Б)* $7(3-2x)$; *В)* $3+2x$; *Г)* $7(3+2x)$;

Задача 10. Решенията на уравнението $|7-4x|=3$ са
А) $\left(\frac{5}{2};1\right)$; Б) $\left(\frac{5}{2};2\right)$; В) $\left(\frac{3}{5};1\right)$; Г) $\left(5;\frac{1}{5}\right)$;

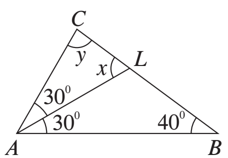
Задача 11. В правоъгълна координатна система са дадени точките *А)* (1;2); В) (4;2); С) (4;4); Намерете координатите на т. *D* така, че *ABCD* да бъде правоъгълник. Точките са: *А)* (2;4); Б) (1;4); В) (3;4); Г) (3;5);

Задача 12. Многочленът x^4-1 е тъждествено равен на
А) $(x+1)(x-1)(x^2+1)$ *Б)* $(x+1)(1-x)(1+x^2)$;
В) $(-x-1)(1-x)(-x^2-1)$; *Г)* $(x-1)(1-x)(-x^2-1)$;

Задача 13. Колко са учениците от един клас, на брой между 20 и 30, ако подредени в редици от по двама или по трима, или по четирима, винаги остава един ученик сам в последната редица:
А) 23; Б) 25; В) 27; Г*)* 29;

Задача 14. Една тетрадка и 1 молив струват 60 стотинки. Една тетрадка и 2 молива струват 70 ст. Една тетрадка струва:
А) 50 ст; *Б)* 60 ст; *В)* 40 ст; *Г)* 30 ст;

Задача 15. Ъглите на $\triangle ABC$ са α, β, *γ,* които имат отношение α : β = 1 : 2 и β : *γ* = 4 : 6. Най-малкият ъгъл на $\triangle ABC$ е
А) 20°; Б) 30°; В) 40°; Г) 60°;



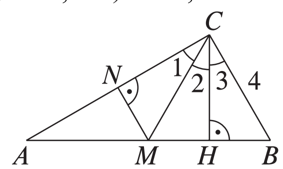
Задача 16. Мярката на ъглите *x* и *y* от чертежите е: *А)* $70°, 90°$; Б) $70°, 80°$; В) $110°, 40°$; Г) $80°, 80°$;

Задача 17. Периметърът на правоъгълник е 16 см. Едната страна е 25% от другата. Големината на по-голямата страна е:

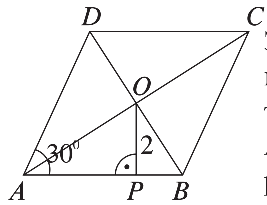
А) 4; Б) 1,4; В)6,4; Г) 4,2;

Задача 18. В $\triangle ABC$ страната *AB* = 12 см и *BC* = 16 см. Вярно ли е, че:
А) $\measuredangle ACB > \measuredangle BAC$; *Б)* $\measuredangle ACB = \measuredangle BAC$; *В)* $\measuredangle ACB < \measuredangle BAC$;

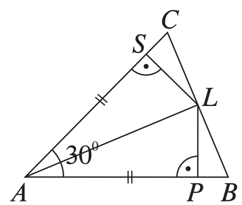
Задача 19. В успоредник *ABCD* $\measuredangle A$ е с $60°$ по-малък от ъгъл *β*. Големината на ъгъл *β* е: *А)* 60°; Б) 80°; В)100°; Г) 120°;



Задача 20. Височината *CH* и медианата *CM* в $\triangle ABC$ делят ъгъл *C* на три равни части. Намерете големината на ъглите на $\triangle ABC$ и периметъра на $\triangle BCM$, ако BC = 4 см.

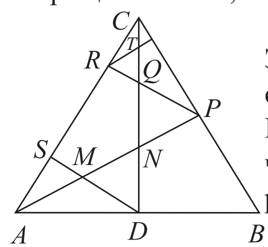


Задача 21. Ромб *ABCD* има дължина 2 см на *OP*- перпендикуляр, спуснат от пресечната точка на диагоналите му - т. *O* до страната AB. Намерете дължината на страната на ромба и неговото лице, ако $\measuredangle A = 30°$



Задача 22. Равнобедрен триъгълник *ABC* има $\measuredangle A = 30°$, *AB* = *AC*, *AL* - ъглополовяща, където т. *L* лежи на *BC*. $LP \perp AB$ и т. *P* лежи на *AB*. Да се намери дължината на *AB* и лицето на $\triangle ABC$, ако *PL* = 2 см.

Задача 23. Летело ято гъски. Насреща им една гъска, която попитала ятото, колко са. Водачът на ятото отговорил, че са толкова и още 2 пъти по толкова и половина и четвъртина и насрещната гъска, ставали 46. Колко са гъските?



Задача 24. Триъгълникът ABC е равностранен. Построени са CD⊥AB, AP⊥BC, DS и PR са ⊥ AC, RT⊥BC. Докажете, че триъгълниците MDN, NPQ и RQT са равностранни.

Решения на задачите от Тест №2

Задача 1. 0,82:0,2=8,2:2=4,1. → В

Задача 2. 68,2.39 + 31,8.39 = (68,2+31,8).39=100.39=3900. → В

Задача 3.

$$6\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}y\right)^2=6\left[\left(\frac{1}{3}x\right)^2+2.\frac{1}{3}x.\frac{2}{5}y+\left(\frac{2}{5}y\right)^2\right]=$$

$$\left[\frac{1}{9}x^2+\frac{4}{15}xy+\frac{4}{25}y^2\right]=$$

$$=\left[6.\frac{1}{9}x^2+\frac{6.4}{15}xy+6.\frac{4}{25}.y^2\right]=\frac{2}{3}x^2+\frac{8}{5}xy+\frac{24}{25}y^2. \quad \to А$$

Задача 4.

$$\frac{x-1}{2}=\frac{x+2}{3}\Big|.6\to\frac{6}{2}(x-1)=\frac{6}{3}(x+2);3(x-1)=2(x+2);$$

$$2(x+2):3x-3=2x+4;\ 3x-2x=4+3;x=7.\to В$$

II начин: Задачата може да се реши без да решаваме уравнението, като последователно заместваме посочените числа 5,–6,7 и 3 в уравнението и това число, което прави лявата страна равна на дясната на уравнението, е коренът или решението на даденото уравнение. Напр. $x=5$ заместваме

в $\frac{x-1}{2}=\frac{x+2}{3};\frac{5-1}{2}=\frac{5+2}{3};\frac{4}{2}\neq\frac{7}{3};$ сл. $x=5$ не е решение ;

$x=7;\frac{7-1}{2}=\frac{7+2}{3};\frac{6}{2}=\frac{9}{3};3=3;$ сл. $x=7$ е решение .

Задача 5.

$$-2(4-x)=3(2x-1);+2x-8=6x-3;2x-6x=8-3;-4x=5;x=-\frac{5}{4}<0;$$

$$\frac{3}{4}-x=\frac{x}{2}+3\Big|.4;4.\frac{3}{4}-4x=4.\frac{x}{2}+4.3;3-4x=2x+12;-4x-2x=12-3;$$

$$-6x=9;x=-\frac{9}{6}=-\frac{3}{2};(x+3)=0;x+3=0;x=-3<0.$$

Само второто уравнение има положителен корен. → Б

Задача 6. *I начин:*

$$\frac{5}{7}-x<\frac{1}{2};\cdot x<\frac{1}{2}-\frac{5}{7};-x<\frac{7-10}{14};-x<-\frac{3}{14};x>\frac{3}{14}.$$

Само числото 1 (от посочените) е $>\frac{3}{14}$. Сл. $x=1$ е решение. → Г

II начин: Всяко от посочените числа заместваме в даденото неравенство. Което число го удовлетворява, то е решението.

Нека $x=-2;\frac{5}{7}-(-2)<\frac{1}{2};\frac{5}{7}+2<\frac{1}{2};\frac{5}{7}+1<\frac{1}{2}$; (−2) не е решение.

Нека $x=-1;\frac{5}{7}-(-1)<\frac{1}{2};\frac{5}{7}+1<\frac{1}{2}$ не е вярно. Сл. $x=-1$ не е решение.

Нека $x=1;\frac{5}{7}-1<\frac{1}{2};\frac{5-7}{7}<\frac{1}{2};-\frac{2}{7}<\frac{1}{2}$ вярно е и сл. $x=1$ е решение.

Задача 7. $M=(x-2)^2+3;$ Тъй като 3 е константа, големината на M ще зависи от $(x-1)^2$, което е ≥ 0, защото е на четна степен 2. Най- малката му стойност е 0, т.е. $(x-1)^2=0;x-2=0;x=2;$ За $x=2$ изразът $M=0+3=3,$ което е най- малката му стойност.

Задача 8.

$$(2x-5)(2x+5)+(3-4x)^2=4x^2-25+9-24x+16x^2=20x^2-24x-16.$$

Задача 9.

$$(5-x)^2-(2+x)^2=[5-x+2+x].[(5-x)-(2+x)]=$$

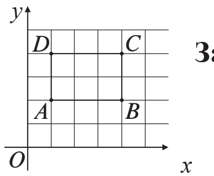
$$=7(5-x-2-x)=7(3-2x).$$

Приложихме формулата $a^2-b^2=(a+b)(a-b);$

Задача 10. $|7-4x|=3;7-4x=3;-4x=3-7;-4x=-4;$

$x_1 = 1; 7 - 4x = -3; -4x = -3 - 7;\ -4x = -10; x_2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}. \to$ А

Решения са числата 1 и $\frac{5}{2}$.



Задача 11. D (1;4).

Задача 12.

$x^4 - 1 = \left(x^2\right)^2 - 1^2 = \left(x^2+1\right)\left(x^2-1\right) = \left(x^2+1\right)\left(x+1\right)\left(x-1\right). \to$ А

II начин: Преобразуваме израза:

$A \to \left(x+1\right)\left(x-1\right)\left(x^2+1\right) = \left[\left(x+1\right)\left(x-1\right)\right].(x^2+1) =$

$= \left(x^2\right)^2 - 1^2 = x^4 - 1.$

От $B \to \left(x+1\right)\left(1-x\right)\left(1+x^2\right) = \left[\left(1+x\right)\left(1-x\right)\right]\left(1+x^2\right) =$

$= \left(1-x^2\right)\left(1+x^2\right) = 1 - \left(x^2\right)^2 = 1 - x^4 \neq x^4 - 1. \to$А

Достатъчно е да открием само един израз, който е верен и другите изрази не ги проверяваме.

Задача 13. Най- малкото число, което се дели на 2, на 3 и на 4 е 12. Числото 12 + 1 = 13 отговаря на условието, но не между числата 20 и 30. Ако вземем кратно на 12 - напр. 24 → 24 + 1 = 25 – е между 20 и 30 и 25 – 1 = 24 се дели на 2, на 3 и на 4. Търсеното число е 25. →Б

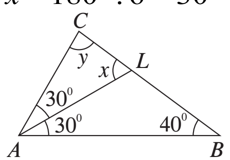
Задача 14. 1т. + 1м.=60 ст.; 1т. + 2м.=70 ст. Тогава 70 ст. - 60 ст. = 10 ст. струва един молив. 60 ст. - 10 ст. = 50 ст. – струва 1 тетрадка. →А

Задача 15.

$\alpha : \beta = 1 : 2$; $\beta : \gamma = 4 : 6 = 2 : 3$; $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$; $\alpha = x$;

$\beta = 2x$; $\gamma = 3x$; $x + 2x + 3x = 180°$;

$x = 180° : 6 = 30° = \alpha; \beta = 2.30° = 60°; \gamma = 3.30° = 90°. \to$ Б



Задача 16. Сборът от ъглите в $\triangle ABL$ е 180° или $30° + 40° + \measuredangle ALB = 180°$;

$\measuredangle ALB = 180° - 70° = 110°$; $x + 110° = 180°$ (съседни ъгли); $x =$ 180° − 110° = 70°

$x + y + 30° = 180°; 70° + y + 30° = 180°; y = 180° - 100° = 80°.$

Отг. (70°, 80°) → Б

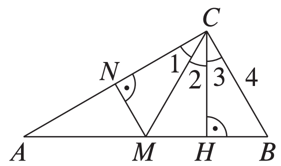
Задача 17. I стр. –а; II стр. - $\frac{25}{100}a$.

$p = 2a + 2.\frac{25}{100}a = 16; 2a + \frac{a}{2} = 16;$

$4a + a = 32; 5a = 32; a = 32 : 5 = \frac{32}{5}.\frac{2}{2} = \frac{64}{10} = 6,4. \to$ В

Задача 18. В $\triangle$ срещу по- голяма страна лежи по- голям ъгъл. Тогава от $AB < BC$ сл. $\measuredangle C < \measuredangle A$.→В

Задача 19. $\measuredangle B = x; \measuredangle A = x - 60°; \measuredangle A + \measuredangle B = 180°; x + x - 60° =$ $= 180°; 2x = 240°; x = 240° : 2 = 120° = \measuredangle B. \to$ Г



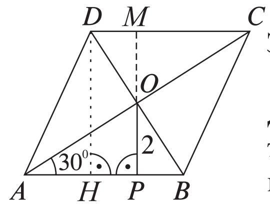
Задача 20. Построяване $MN \perp AC$. $\measuredangle 1 = \measuredangle 2 = \measuredangle 3$. В $\triangle MBC$ $\measuredangle 2 = \measuredangle 3$ и $CH \perp MB$. Сл. CH е височина, ъглополовяща и медиана: Сл. MH=HB. От $\measuredangle 1 = \measuredangle 2$ т. M лежи на ъглополовящата CM в $\triangle ACH$.Тогава $MN = MH$ (или $\triangle MNC \cong \triangle MHC$ по $\measuredangle MNC = \measuredangle MHC = 90°$; CM - обща и $\measuredangle 1 = \measuredangle 2$, сл. $CH = CN$; $AM = MB$;

$MH = \frac{1}{2}MB = \frac{1}{2}AM = MN.$ Тогава в правоъгълен триъгълник

AMN $MN = \frac{1}{2}AM$, т.е. катетът е $\frac{1}{2}$ от хипотенузата и сл.

в $\triangle AHC$ $\measuredangle ACH = 90° - 30° = 60°$; $\measuredangle 1 = \measuredangle 2 = \frac{1}{2}.60° = 30°$,

$\measuredangle C = 3.30° = 90°$; $\measuredangle B = 180° - (30° + 90)° = 60°$; $\triangle MBC$ - равнобедрен $BC = MC = 4$; $\measuredangle MCB = 60°$ и сл. $\triangle MCB$ е равностранен. Тогава $P_{MBC} = 3.4 = 12$ см.



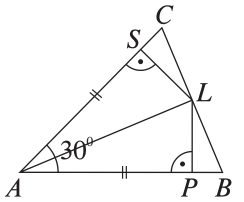
Задача 21. $OP = 2$см, $ABCD$ е ромб, $\measuredangle A = 30°$, тогава $\measuredangle BAO = 30° : 2 = 15°$ Диагоналите в ромба са ъглополовящи на ъглите му. $\measuredangle ABO = 90° - 15° = 75°$; В правоъг. $\triangle$ с остър $\measuredangle 15°$ (или $75°$), то

височината му към хипотенузата е $\frac{1}{4}$ от нея,

т.е. хипотенузата е 4 пъти височината към нея. Сл. AB = 4.2 = 8 см. В ромба $ABCD$ $\triangle AOB \cong \triangle BOC \cong COD \cong AOD$ по III признак за еднаквост.

$S_{ABCD} = 4S_{ABO} = 4.\frac{8.2}{2} =$ 32 см^2.

II начин: $MP = DH = 20P = 2.2 = 4; S_{ABCD} =$ 8.4 = 32 см^2;



Задача 22. $\measuredangle A = 30$; $AB = AC$; $LP = 2$ см. $\measuredangle BAL = \measuredangle LAC = 15°$. От $AB = AC$ и AL- ъглоп. следва, че $AL \perp BC$ и $\triangle ALB = 90°$. В правоъгълния $\triangle ALB$ $\measuredangle BAL$ = 15° и сл. $AB = 4LP = 4.2 = 8 = AC$.

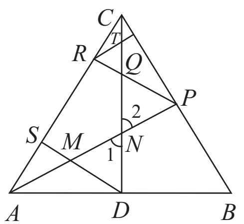
$S_{ABC} = 2S_{ABL} = 2.8.\frac{2}{2} = 16$ см^2. $\triangle ABL \cong \triangle ABC$

по $\measuredangle B = \measuredangle C$ от $AB = AC$, AL- обща,

$\measuredangle ALC = \measuredangle ALB = 90°$. Сл. и съответните височини са равни PL = SL или разстоянието от т. L, лежаща на ъглополовящата AL на $\measuredangle A$, до раменете на $\measuredangle BAC$, са равни.

Задача 23. Нека гъските са X на брой. Тогава:

$x + 2x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = 46 \,|.4; 4x + 8x + 2x + x + 4 = 184; 15x = 180$
$x = 180 : 15 = 12.$



Задача 24. Триъгълник ABC е равностранен. AP⊥BC, CD⊥AB, DS и PR⊥AC, RT⊥BC. △MDN, △NPQ и △QRT са равностранни? ∡MAS = 30°, ∡AMS = 90° – 30° = 60°; ∡ ADS = 30°; ∡MDN = 90° – 30° = 60°. В △MDN има два ъгъла по 60° и следователно е равностранен. ∡1 = ∡2 = 60° – връхни. ∡RCT = 30°; ∡RQT = 90° – 30° = 60°; В △ QTR има два ъгъла по 60° и сл. е равностранен. Но ∡RQT = NQP = 60° – връхни и в △ NPQ има 2 ъгъла по 60° и сл. е равностранен.

Тест №3

Задача 1. Извършете означените действия: $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right).\frac{5}{11} =$
А) $\frac{3}{4}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) $\frac{2}{3}$; Г) $\frac{4}{15}$;

Задача 2. $\frac{2^3.2^4}{2^8} =$ А) $\frac{1}{2}$; Б) 2; В) 1; Г) 4;

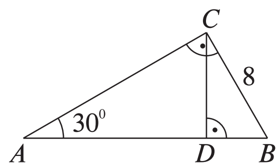
Задача 3. $(2x - 5y)(3 - x) =$
А) $6x - 15y - 2x^2 + 5xy$; Б) $6x + 15y - 2x^2 - 5xy$;
В) $6x - 15y - 5xy + 2x^2$; Г) $6x^2 + 15y + 2x^2 + 5xy$;

Задача 4. Проверете тъждеството:
$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$;

Задача 5. $\left(\frac{1}{2} - x\right)\left(\frac{1}{4} + \frac{x}{2} + x^2\right) =$
А) $x^2 + \frac{1}{4}$; Б) $x^3 + \frac{1}{8}$; В) $-x^3 + \frac{1}{8}$; Г) $x^3 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$;

Задача 6. $\left[a^3 + (-a)^3\right].\left[a^3 - (-a)^3\right] =$ А) 0;
Б) 1; В) –1; Г) a

Задача 7. $\frac{7^3 - 6^3}{7^2 + 7.6 + 6^2}$ А) 4; Б) 3; В) 2; Г) 1;



Задача 8. В правоъгълния △ABC ∡A = 30° и катет BC = 8 см. Дължината на хипотенузата и частите, на които се разделя хипотенузата от височината към нея, са равни на
А) 16, 4, 12; Б) 5, 4, 12, 8; В) 8, 12, 4; Г) 4, 8, 5,

Задача 9. Пресметнете по най- рационален начин: 25.61 + 75.61 =
А) 6100; Б) 5100; В) 610; Г) 61;

Задача 10. Най- голямата стойност на Р = $4 - (5 - x)^2$ е:
А) 0; Б) 5; В) 4; Г) -1;

Задача 11. Ако $x - y = 1$ и $xy = 2$, то $x^2 + y^2 =$ *А)* 5; *Б)* 4; *В)* 3; *Г)* 2;