

Решението на даденото неравенство е $x \in \left[-\frac{13}{4}; -2\right) \cup \left(-2; -\frac{7}{6}\right]$.

д) $\left| \frac{2x+3}{x^2-5x+6} \right| \geq -3; x^2-5x+6 \neq 0; x \neq 2; x \neq 3;$

$\left| \frac{2x+3}{x^2-5x+6} \right| \geq 0$ е изпълнено винаги, защото има знак на модул при $x \neq 2$ и $x \neq 3$ и следователно даденото неравенство е изпълнено за всяко $x \neq 2$ и $x \neq 3$.

Стр. 60, Зад. 5.

а) $\begin{cases} \frac{3x-1}{2-x} > 0 \\ x^2-5x+6 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (3x-1)(2-x) > 0; x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = 2 \\ D_1 : x \in \left(\frac{1}{3}; 2\right) \end{cases}$

Сечението на D_1 и D_2 е решението: $x \in \left(\frac{1}{3}; 2\right)$.

$x^2-5x+6=0; x_1=3; x_2=2; D_2 : x \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$

б) $-3 < \frac{x^2+x-2}{x^2-x+1} < 0 \rightarrow \begin{cases} (1) -3 < \frac{x^2+x-2}{x^2-x+1} \\ (2) \frac{x^2+x-2}{x^2-x+1} < 0 \end{cases}$

Решение на (1): $\frac{x^2+x-2}{x^2-x+1} + 3 > 0; \frac{x^2+x-2+3x^2-3x+3}{x^2-x+1} > 0;$

$\frac{4x^2-2x+1}{x^2-x+1} > 0; (4x^2-2x+1)(x^2-x+1) > 0;$

$4x^2-2x+1=0 \rightarrow D < 0$ и $4x^2-2x+1 > 0$ за $\forall x;$

$x^2-x+1 > 0$ за $\forall x$ от $D < 0$. Сл. решението на (1) е

$D_1 : x \in (-\infty; +\infty)$

Решение на (2): $\frac{x^2+x-2}{x^2-x+1} < 0; (x^2+x-2)(x^2-x+1) < 0;$

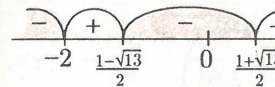
$x^2+x-2=0 \rightarrow x_1=1; x_2=-2; x \in (-2; 1)$ и $x^2-x+1 > 0$ за $\forall x.$

Решението на системата е $x \in (-2; 1)$

в) $\left| \frac{x^2-1}{x+2} \right| < 1 \rightarrow -1 < \frac{x^2-1}{x+2} < 1 \rightarrow \begin{cases} x-2 < 0 \rightarrow x < 2 \\ -1 < \frac{x^2-1}{x+2} \rightarrow \frac{x^2-1}{x+2} + 1 > 0 \rightarrow \frac{x^2-1+x+2}{x+2} > 0 \\ \frac{x^2-1}{x+2} < 1 \rightarrow \frac{x^2-1}{x+2} - 1 < 0; \frac{x^2-1-x-2}{x+2} < 0 \end{cases} \rightarrow$

$\frac{x^2-1+x+2}{x+2} > 0 \rightarrow \frac{x^2+x+1}{x+2} > 0;$

$\frac{x^2+x+1}{x+2} > 0 \rightarrow x^2+x+1 > 0$ за $\forall x$ от $D < 0; x+2 > 0; x > -2$
 $\frac{x^2-x-3}{x+2} < 0 \rightarrow (x^2-x-3)(x+2) < 0; x^2-x-3=0;$

 $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$x \in (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$, което в сечението с $x > -2$

има решение $\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$. Но $x < 2$ (от II уравнение на системата) и сл. $x \in \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}; 2\right)$

г) $\begin{cases} |x^2-5x| > 6 \\ x^3-2x^2-x > -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2-5x < -6 \\ x^2-5x > 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2-5x+6 < 0 \\ x^3-2x^2-x+2 > 0 \end{cases}$

$x^2-5x+6 < 0 \rightarrow x_1=2; x_2=3; x \in (2; 3) \rightarrow D_1$

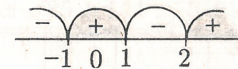
$x^2-5x-6 > 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{2}; x_1=6; x_2=-1;$

$x \in (-\infty; -1) \cup (6; +\infty) \rightarrow D_2$

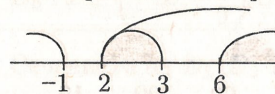
$x^2(x-2) - (x-2) > 0 \rightarrow (x-2)(x^2-1) > 0;$

$(x-2)(x-1)(x+1) > 0;$

$x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty) \rightarrow D_3$



Сечението на решенията на обединението от решенията на първите две неравенства с третото е решение на системата.

 $(D_1 \cup D_2) \cap D_3 = (2; 3) \cup (6; +\infty)$

д) $\begin{cases} x^4+2x^3-4x^2-5x+6 \geq 0 \\ \frac{x}{2-x} \geq 0 \end{cases}$

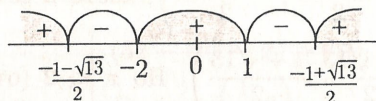
$x^4+2x^3-4x^2-5x+6 \geq 0; (x-1)(x+2)(x^2+x-3) \geq 0;$

$x-1=0; x=1; x+2=0; x=-2;$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} & 1 & 2 & -4 & -5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 3 & -1 & -6 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & -3 & 0 & \end{array}$$

$$x^2 + x - 3 = 0; x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

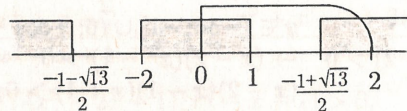
$$D_1 : x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right] \cup [-2; 1] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; +\infty\right)$$



$$\begin{cases} \frac{x}{2-x} \geq 0; \\ x(2-x) \geq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$x = 0; 2 - x = 0; x = 2 \quad D_2 : x \in [0; 2)$$

$$\text{Сечението на } D_1 \text{ и } D_2 \text{ е решението } x \in [0; 1) \cup \left[\frac{1+\sqrt{13}}{2}; 2\right)$$



Стр. 60, Зад. 6.

	v	s	t
отиване	x	180	$\frac{180}{x}$
връщане	$x+5$	180	$\frac{180}{x+5}$

$$; \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{180}{x} + \frac{180}{x+5} - 8 + \frac{2}{5} \leq 0; \frac{180}{x} + \frac{180}{x+5} - \frac{38}{5} \leq 0; : 2 \rightarrow \frac{90}{x} + \frac{90}{x+5} - \frac{19}{5} \leq 0;$$

$$\frac{450(x+5) + 450x - 19x(x+5)}{5x(x+5)} \leq 0;$$

$$\frac{450x + 2250 + 450x - 19x^2 - 95x}{5x(x+5)} \leq 0;$$

$$(1) \frac{-19x^2 + 805x + 2250}{5x(x+5)} \leq 0; -19x^2 + 805x + 2250 = 0;$$

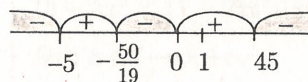
$$19x^2 - 805x - 2250 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{805 \pm \sqrt{805^2 + 4 \cdot 19 \cdot 2250}}{2 \cdot 19} = \frac{805 \pm 905}{38}; x_1 = 45;$$

$$x_2 = -\frac{100}{38} = -\frac{50}{19}. \text{ От (1) получаваме}$$

$$\begin{cases} (-19x^2 + 805x + 2250)5x(x+5) \leq 0 \\ x \neq 0; x \neq -5; x > 0 \end{cases}$$

$$x = 0; x + 5 = 0; x = -5. \text{ Но } x > 0 \text{ и решението е } x \geq 45.$$



Най-малката стойност е 45 km/h за връщане.

Стр. 64, Зад. 1.

$$\text{а) } \sqrt{5-2x} < 6x-1;$$

$$\begin{cases} 5-2x < (6x-1)^2 \\ 5-2x \geq 0 \\ 6x-1 > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5-2x < 36x^2-12x+1 \\ -2x \geq -5 \\ 6x > 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 36x^2 - 10x - 4 > 0 \\ x \leq \frac{5}{2} \rightarrow D_1 : x \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right] \\ x > \frac{1}{6} \rightarrow D_2 : x \in \left(\frac{1}{6}; \infty\right) \end{cases}$$

$$36x^2 - 10x - 4 > 0; 36x^2 - 10x - 4 = 0;$$

$$18x^2 - 5x - 2 = 0; x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+144}}{36} = \frac{5 \pm \sqrt{169}}{36} = \frac{5 \pm 13}{36};$$

$$x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = -\frac{8}{36} = -\frac{2}{9}.$$

$$D_3 : x \in \left(-\infty; -\frac{2}{9}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

$$\text{Сечението на } D_1, D_2 \text{ и } D_3 \text{ е решението } x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right].$$

$$\text{б) } \sqrt{2x+14x} > 3+x;$$

$$\begin{cases} 2x+14 > (x+3)^2 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+14 > x^2+6x+9 \\ x \geq -3 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2+4x-5 < 0 \\ x \geq -3 \end{cases} \cup \begin{cases} x+3 < 0 \\ 2x+14 \geq 0 \end{cases} \rightarrow$$