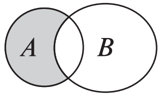
**Сумата $A+B=A\cup B=A$ или $B$ е събитие, състоящо се в настъпване поне на едно от двете събития *A* или *B*.**




**Разликата $A-B=A\setminus B$ е събитие, което с осъществяване на *A*, изключва осъществяване на *B*.**

**Ако $A$ и $\overline{A}$ са противоположни, то събитието *A* изключва сбъдването на $\overline{A}$ и обратно.**

Нека *A*, *B* и *C* са три случайни събития. Противоположностите им са $\overline{A}$, $\overline{B}$ и $\overline{C}$. Ако а) настъпва само $A \to A.\overline{B}.\overline{C}=A\cap\overline{B}\cap\overline{C}$;

б) настъпва *A* и *B*, но не и $C \to AB.\overline{C}$;

в) настъпва поне едно от *A* или *B*, или *C*

$A+B+C=A\cup B\cup C=A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$;

г) настъпването на поне две от дадените събития $\to AB+AC+BC$;

д) настъпването на две и само на две от дадените $A, B, C \to$

$(AB+AC+BC)-A\cap B\cap C=(A\cap B+A\cap C+B\cap C)-A\cap B\cap C$;

е) да се осъществи не повече от две събития означава да настъпи $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$.

***Задача 107)*** Хвърляме 2 зара. Каква е вероятността на поне един от заровете да се падне 1 точка?

***Решение:*** Всичко възможности - 36.

I зар - да не се падне 1 точка - $P_1=\frac{5}{6}$; $\left(1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}\right)$;

II зар - да не се падне 1 точка - $P_2=\frac{5}{6}$;

$P=1-P(\overline{A}).P(\overline{B})=1-\frac{5}{6}.\frac{5}{6}=1-\left(\frac{5}{6}\right)^2=1-\frac{25}{36}=\frac{11}{36}$.

II начин: (Виж зад. 102). Всички случаи - 36. Благоприятни - 11. $P=\frac{11}{36}$.

***Задача 108)*** Хвърляме 4 зара. Каква е вероятността на поне един от заровете да се падне 1 точка?

***Решение:*** I зар - да не се падне 1 точка - $P_1=\frac{5}{6}$;



II зар - да не се падне 1 точка - $P_2=\frac{5}{6}$;

III зар - да не се падне 1 точка - $P_3=\frac{5}{6}$;

IV зар - да не се падне 1 точка - $P_4=\frac{5}{6}$;

$P=1-P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(\overline{C}).P(\overline{D})=1-\frac{5}{6}.\frac{5}{6}.\frac{5}{6}.\frac{5}{6}=1-\left(\frac{5}{6}\right)^4$.

***Задача 109)*** По колко начина може да се направи смяна на два от десетте играча във футболен мач?

***Решение:*** $C_{10}^2=\frac{10.9}{1.2}=45$ начина.

***Задача 110)*** 25 томно издание е подредено на рафт. Каква е вероятността първи и втори том:

а) да са един до друг      б) да не са един до друг

***Решение:*** а) $25-2=23$ броя, които образуват една група. Първи и втори том образуват друга група. Двете групи могат да бъдат подредени по 2! начина; $23+1=24$ броя, които могат да бъдат подредени по 24! начина. Всички 25 книги могат да бъдат подредени по 25! начина. Тогава:

$P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{2!.24!}{25!}=\frac{2.24!}{25.24!}=\frac{2}{25}$;

б) $P_1=1-P=1-\frac{2}{25}=\frac{23}{25}$. (Събитието “да са един до друг” и “да не са един до друг” са несъвместими и $P+P_1=1;\ P_1=1-P$ ).

II начин: Двете книги могат да бъдат подредени по 2! начина Но всички книги са 25 на брой и за тях ще бъдат определени 25 места. За двете книги ще бъдат определени 2 места едно до друго. Възможностите са 1 и 2; 2 и 3; 3 и 4; … 24 и 25 - на брой 24; $25-2=23$ книги, които могат да бъдат подредени по 23! начина. Благоприятните случаи са $2!.24.23!=2!.24!$, а всички възможности са 25!

Тогава $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{2!.24!}{25!}=\frac{2.24!}{25.24!}=\frac{2}{25}$;

б) $1-\frac{2}{25}=\frac{23}{25}$, където двете книги няма да са една до друга.

***Задача 111)*** Колко равнини определят 10 точки, никои три от които не лежат на една права?
***Решение:*** Тъй като през 3 т., нележащи на една права, минава равнина и то само една, то броят на получените равнини е $C_{10}^3=\frac{10.9.8}{1.2.3}=120$.

***Задача 112)*** Колко равнини определят 10 точки, ако само 3 от тях лежат на една права?
***Решение:*** $C_{10}^3-1$. Трите точки не определят една равнина, защото лежат на 1 права и броят на равнините е с една по-малко.

***Задача 113)*** Група от $n$ човека сядат по случаен начин около кръгла маса. Да се определи вероятността две предварително определени лица:
а) да се окажат съседи б) да не са съседи
***Решение:*** а) Двамата съседи образуват една група и двамата съседи могат да се подредят по 2! начина. Нека $(n-2)$ човека са $(n-2)$ групи. Прибавяме към $(n-2)$ 1 група от двамата съседи, т.е. $n-2+1=(n-1)$ групи, които могат да се подреждат по $(n-1-1)!=(n-2)!$ начина. А всички $n$ човека могат да се подредят по $(n-1)!$ начина. Тогава

$$P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{2!(n-2)!}{(n-1)!}=\frac{2(n-2)!}{(n-2)!(n-1)}=\frac{2}{n-1};$$

б) $P_1=1-\frac{2}{n-1}=\frac{n-1-2}{n-1}=\frac{n-3}{n-1}$.

***Задача 114)*** Двама души стрелят по цел. Вероятноста първият да улучи е 0,6, а вторият - 0,8. Каква е вероятността мишената да бъде поразена от двамата, ако стрелят по веднъж?
***Решение:*** $A$ - първият улучва; $B$ - вторият улучва.
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ - събитията са съвместими и независими; $P=0,6+0,8-0,6.0,8=1,4-0,48=0,92$;
II начин:
$P(A\cup B)=1-P(\overline{A}).P(\overline{B})=1-(1-0,6)(1-0,8)=1-0,4.0,2=0,92$.



***Задача 115)*** На 4 пейки в парка трябва да се настанят 4 момчета и 8 момичета. Каква е вероятността при сядането им на пейките по случаен начин на всяка пейка да има седнало по 1 момче и 2 момичета?
***Решение:*** Щом на всяка пейка има седнало по 1 момче, то ще има и по 2 момичета. Всички 4 момчета могат да се подредят на 4 пейки по 4! начина. За I пейка избираме 2 момичета от 8 момичета по $C_8^2$ начина. За II пейка $\to C_6^2$ начина, за III $\to C_4^2$, за IV - $\to C_2^2$ начина.

Всички възможни начини са $C_{12}^3.C_9^3.C_6^3.C_3^3$ и $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{4!.C_8^2.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{C_{12}^3.C_9^3.C_6^3.C_3^3}$ или

$$P=\frac{C_4^1.C_3^1.C_2^1.C_1^1.C_8^2.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{C_{12}^3.C_9^3.C_6^3.C_3^3}.$$

***Задача 116)*** Колко е броят на хордите, които могат да се построят през 12 точки, лежащи на една окръжност?

***Решение:*** $C_{12}^2=\frac{12.11}{1.2}=66$. ($C_{12}^2$ - защото през 2 точки минава само една права - хорда).

***Задача 117)*** По колко различни начина може да се направи букет от 3 рози и 2 карамфила от наличните 8 рози и 3 карамфила?

***Решение:*** $C_8^3.C_3^2=\frac{8.7.6}{1.2.3}.\frac{3.2}{1.2}=.....$

***Задача 118)*** По случаен ред изваждаме картонче от кутия с номерирани картончета с всички трицифрени числа. Каква е вероятността извадeното картонче да има число с три еднакви цифри?
***Решение:*** Всички трицифрени числа са 100,101,102,....997,998,999, т.е. $999-99=900$ на брой или 9.10.10 за трите позиции. Но числата с еднакви цифри са 111,222,…999 - девет на брой. Тогава $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{9}{900}=\frac{1}{100}$.

***Задача 119)*** В урна има 5 черни, в друга - 5 бели топчета, които са с номера от 1 до 5 във всяка кутия. По случаен избор се изважда по едно топче от всяка урна. Каква е вероятността да бъдат извадени топчета с еднакви номера?

***Решение:*** $P_1=1$, защото $\forall$ число има $P=1$; $P_2=\frac{1}{5}$; $P=P_1.P_2=1.\frac{1}{5}=\frac{1}{5}$.

(Да извадим топче с номер 1, 2 …или 5 $\to$ $P=1$; По аналогия $P_2=\frac{1}{5}$).

II начин: Всички случаи са $5.5=25$. Благоприятни са 11, 22, 33, 44, 55 - на брой 5. Тогава $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$.

***Задача 120)*** Трябва да се сформира отбор от 2 момчета и 2 момичета от наличните 12 момчета и 8 момичета. По колко начина може да стане това? ***Решение:*** $C_{12}^2.C_8^2$ .

***Задача 121)*** Всяка буква от написаната върху хартия дума "работник" е изрязана на листче и пусната в плик. Каква е вероятността:

а) ако извадим 4 листчета с букви еднократно от плика, да можем да напишем думата "боти"?

б) да извадим буква от думата "учител"?

***Решение:*** а) Четирите букви от думата "боти" се срещат само по веднъж в думата "работник", състояща се от 8 букви. Тогава $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

б) В думата "учител" има две букви "и" и "т", които се срещат в думата "работник". Тогава $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ или II начин:

$A$ - изваждаме буква "т", $B$ - изваждаме буква "и".

$A$ и $B$ са несъвместими $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$;

$P(A)=\frac{1}{8}$; $P(B)=\frac{1}{8}$; $P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

**Вероятността да се случи произволно събитие от няколко несъвместими събития е равно на сумата от вероятностите на тези събития.**

***Задача 122)*** В кутия има 5 черни, 3 бели и 2 червени топчета. Каква е вероятността: а) да се извади 1 червена топка?

б) да се извади бяла или червена топка?

в) да се извади последователно бяла и след това червена топка, като първата топка се връща обратно?

г) да се извади бяла топка и след това червена, ако първата топка не се връща?

***Решение:*** а) $P_1=\frac{C_2^1}{C_{5+3+2}^1}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$;

б) $P_2=\frac{C_3^1}{C_{10}^1}=\frac{3}{10}$; $P=P_1+P_2=\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$; или $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{3+2}{10}=\frac{1}{2}$;



в) $P_{б.т.}=\frac{3}{10}$; $P_{ч.т.}=\frac{2}{10}$; $P=\frac{3}{10}.\frac{2}{10}=\frac{3}{50}$;

г) $P_{б.т.}=\frac{3}{10}$ - да се извади бяла топка. След като е извадена 1 бяла топка, остават 5 черни, 2 бели и 2 червени топки. Да се извади 1 червена топка - $P_{ч.т.}=\frac{2}{9}$. Тогава $P=\frac{3}{10}.\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$.

***Задача 123)*** Каква е вероятността от 12 случайно наредени книги на една полица, предварително избрани а) 2 книги б) 3 книги - да са една до друга?

***Решение:*** а) $12-2=10$. Двете книги образуват една група и десетте книги образуват друга група. Двете книги могат да бъдат подредени по 2! начина. 10 книги са една група; $10+1=11$ групи, които могат да бъдат подредени по 11! начина; $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{2!.11!}{12!}=\frac{2.11!}{12.11!}=\frac{1}{6}$;

б) $12-3=9$. Девет книги образуват една група и трите книги образуват 1 група; $9+1=10$ групи, които могат да се подредят по 10! начина. Трите книги могат да бъдат подредени по 3! начина. Тогава $P=\frac{бл.}{вс.}=\frac{3!.10!}{12!}=\frac{3!.10!}{12.11.10!}=\frac{3.2}{12.11}=\frac{1}{22}$.

***Задача 124)*** Три момчета и 3 момичета танцуват по двойки (момче - момиче) всеки с всеки и всеки има по едно солово изпълнение. Колко е броят на всички танци?

***Решение:*** От 3 момчета и 3 момичета се сформират двойки (момче, момиче) и всяка двойка изпълнява по един танц - $\left(C_3^1.C_3^1\right)$, и тъй като имат солови изпълнения $3+3=6$, то всички танци са

$C_3^1.C_3^1+6=9+6=15$.

II решение: Нека означим момчетата с цифри 1, 2 и 3, а момичетата с 1', 2' и 3'. Възможните двойки момче и момиче са 1 1', 1 2', 1 3', 2 1', 2 2', 2 3', 3 1', 3 2' и 3 3', точно на брой са 9 и танците са 9, защото всяка двойка изпълнява по един танц и всяко лице има солово изпълнение. Следователно $9+6=15$ танца.

***Задача 125)*** От колода от 52 карти се изтеглят 4 карти. Каква е вероятността:
а) и четирите карти да са “асо” (в колодата има 4 карти “асо”)?
б) никоя карта да не е “асо”?

***Решение:*** 4 карти са “асо” и $52-4=48$ карти не са “асо”.

а) $P_1=\dfrac{4}{52}=\dfrac{1}{13}$; б) $P_2=1-\dfrac{1}{13}=\dfrac{12}{13}$ или $\dfrac{48}{52}=\dfrac{12}{13}$.

***Задача 126)*** Ивана е забравила последните две цифри на домашният си телефон. Каква е вероятността с едно набиране да бъде избран номера, ако всичките му цифри са различни?
***Решение:*** Телефонният номер има 7 цифри. Всички цифри са 10 на брой - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Да изберем две цифри от тези 10

$V_{10}^2=10.9=90$; $P=\dfrac{1}{90}$.

***Задача 127)*** Дадени са 9 различни точки, никои три от които не лежат на една права. Четири от тях са върхове на квадрат, а останалите 5 лежат на една окръжност. Колко различни окръжности могат да се построят през тези 9 точки?

***Решение:*** През 9 точки минават $C_9^3=\dfrac{9.8.7}{1.2.3}=84$ окръжности. Тъй като

4 точки са върхове на квадрат, а през 4 точки минават $C_4^3=\dfrac{4.3.2}{1.2.3}=4$

окръжности, които съвпадат, защото има само 1 окръжност, описана около квадрат. Тази 1 окръжност ще извадим. През 5 точки минават

$C_5^3=\dfrac{5.4.3}{1.2.3}=10$ окръжности, които ще извадим, като прибавяме 1

окръжност, описана около квадрата и 1 окръжност, която минава през петте точки. Тогава $84-4-10+1+1=72$ окръжности.

***Задача 128)*** В урна има 10 червени и 5 бели топки. По случаен начин се изваждат 3 топки. Каква е вероятността:
а) и трите топки да са червени? б) трите топки да не са червени?
в) две от топките да са червени? г) поне две от топките да са червени?
д) да са две червени или две бели топки?



***Решение:*** а) $P_1=\dfrac{C_{10}^3}{C_{15}^3}=\dfrac{10.9.8}{3!}:\dfrac{15.14.13}{3!}=\dfrac{\overset{5}{\cancel{10}}.\overset{3}{\cancel{9}}.8}{\underset{5}{\cancel{15}}.\underset{7}{\cancel{14}}.13}=\dfrac{24}{91}$;

б) $P_2=\dfrac{C_5^3}{C_{15}^3}$. Щом топките не са червени, те са бели.

в) щом от 3 топки две са червени, то $3-2=1$ бяла топка и $P_3=\dfrac{C_{10}^2.C_5^1}{C_{15}^3}$;

г) щом поне 2 от 3 топки са червени, то 1 ще е бяла и $P_4^{|}=\dfrac{C_{10}^2.C_5^1}{C_{15}^3}$.

Но може и трите топки да са червени, т.е. $P_4^{||}=\dfrac{C_{10}^3}{C_{15}^3}$.

Тогава $P_4=P_4^{|}+P_4^{||}=\dfrac{C_{10}^2.C_5^1}{C_{15}^3}+\dfrac{C_{10}^3}{C_{15}^3}$;

д) Ако 2 топки са червени, то 1 е бяла или ако 2 топки са бели, то 1 е червена.

$P_0=P_1+P_2$; $P_1=\dfrac{C_{10}^2.C_5^1}{C_{15}^3}$; $P_2=\dfrac{C_5^2.C_{10}^1}{C_{15}^3}$; $P_0=P_1+P_2=\dfrac{C_{10}^2.C_5^1+C_5^2.C_{10}^1}{C_{15}^3}$.

***Задача 129)*** От кутия с 20 бели и 10 черни топки изваждаме 4 топки. Каква е вероятността от тези 4 топки да има поне една бяла топка?
***Решение:*** 1) 1 бяла и 3 черни топки
2) 2 бели и 2 черни топки
3) 3 бели и 1 черна топка
4) 4 бели топки.

$P=P_1+P_2+P_3+P_4$; $P_1=\dfrac{C_{20}^1.C_{10}^3}{C_{30}^4}$; $P_2=\dfrac{C_{20}^2.C_{10}^2}{C_{30}^4}$; $P_3=\dfrac{C_{20}^3.C_{10}^1}{C_{30}^4}$; $P_4=\dfrac{C_{20}^4}{C_{30}^4}$;

$P=\dfrac{C_{20}^1.C_{10}^3+C_{20}^2.C_{10}^2+C_{20}^3.C_{10}^1+C_{20}^4}{C_{30}^4}$.

***Задача 130)*** Два зара се хвърлят еднократно. Каква е вероятността сумата от точките от двата зара да е 3 или 4?

***Решение:*** Възможните случаи от двата зара са:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 1' | 2 1' | 3 1' | 4 1' | 5 1' | 6 1' |
| 1 2' | 2 2' | 3 2' | 4 2' | 5 2' | 6 2' |
| 1 3' | 2 3' | 3 3' | 4 3' | 5 3' | 6 3' |
| 1 4' | 2 4' | 3 4' | 4 4' | 5 4' | 6 4' |
| 1 5' | 2 5' | 3 5' | 4 5' | 5 5' | 6 5' |
| 1 6' | 2 6' | 3 6' | 4 6' | 5 6' | 6 6' |

Всички случаи, където сумата от цифрите е (3), са 2 на брой $(21' \text{ и } 12')$, а сумата е (4) - са 3 на брой $(31', 13', 22')$. Брой на цифри - сума 3 или 4 са $2+3=5$ на брой.

Тогава $P = \frac{бл.}{вс.} = \frac{5}{36}$, където всички двойки точки са 36 броя.

II начин: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$; $\underset{сума\ 3}{P(A)} = \frac{2}{36}$; $\underset{сума\ 4}{P(B)} = \frac{3}{36}$;

$P(A \cup B) = \frac{2}{36} + \frac{3}{36} = \frac{5}{36}$. По същият начин се разсъждава, например - произведението от точките да е 6 или да е четно число, или да е нечетно число.

***Задача 131)*** Хвърляме последователно три пъти една монета. Каква е вероятността да се падне два пъти "лице" и един път "герб"?

***Решение:*** Възможните случаи са $2^3 = 8$ броя (две възможности "лице" и "герб" - при три хвърляния - $2^3$ броя, при 4 хвърляния - $2^4$ броя възможности). Подробно всички възможности са:

$$\text{всички случаи}\left\{\begin{matrix} \left.\begin{matrix} Л & Л & Г \\ Л & Г & Л \\ Г & Л & Л \end{matrix}\right\} \text{благоприятни случаи} \\ \begin{matrix} Г & Г & Л \\ Г & Л & Г \\ Л & Г & Г \\ Г & Г & Г \\ Л & Л & Л \end{matrix} \end{matrix}\right. \qquad P = \frac{бл.}{вс.} = \frac{3}{8}.$$



***Задача 132)*** Подхвърляме една монета а) два пъти; б) пет пъти. Определете вероятността да се получи 2 пъти "герб" (5 пъти "герб").

***Решение:*** а) $P_1 = \frac{1}{2}$; $P_2 = \frac{1}{2}$; $P = P_1.P_2 = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$;

б) $P = P_1.P_2.P_3.P_4.P_5 = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$.

(Всички събития са несъвместими).

***Задача 133)*** В урна има 6 черни и 8 бели топчета. По случаен начин се изваждат 3 топчета. Каква е вероятността и трите да са черни?

***Решение:*** $6+8=14$; $P = \frac{C_6^3}{C_{14}^3} = \frac{\cancel{6}.5.\overset{2}{\cancel{4}}.\cancel{3.2.1}}{\cancel{3.2.1}.\underset{7}{\cancel{14}}.13.\cancel{12}} = \frac{5}{91}$.

***Задача 134)*** В кутия за моливи има 6 с твърдост "НВ" и 8 с твърдост "Н". Изваждат се по случаен начин 3 молива. Каква е вероятността и трите молива да са с твърдост "НВ"?

***Решение:*** $P = \frac{C_6^3}{C_{6+8}^3} = \frac{C_6^3}{C_{14}^3}$.

***Задача 135)*** На полица са подредени 36 книги, от които 10 - математическа литература, 12 - историческа литература и останалите художествена литература. Каква е вероятността случайно извадена книга да е:
а) математическа литература?
б) нематематическа литература?
в) историческа или художествена литература?

***Решение:*** $36-(10+12)=14$ броя художествена литература.

а) $P = \frac{бл.}{вс.} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$;

б) $P = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$

или II начин: $36-10=26$ броя нематематическа л-ра; $P = \frac{бл.}{вс.} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$;